公務員試験問題にチャレンジ！

【問１】

高橋、木村、田中の３人は、赤、白、青の帽子をかぶっている。このことについて、これを見たA〜Dの４人が次のように述べた。

A：「田中は白い帽子をかぶっている」
B：「青の帽子をかぶっているのは木村ではない」
C：「木村は白い帽子をかぶっていない」
D：「赤い帽子をかぶっているのは田中である」

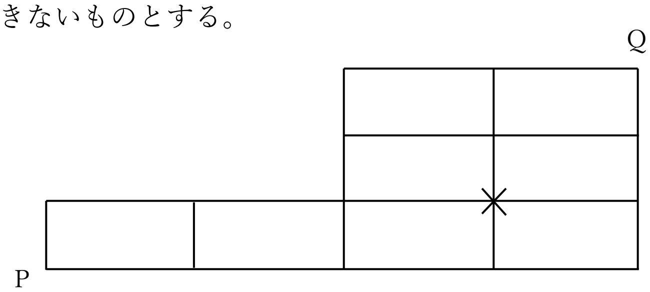
このうち１人が嘘をついているとすると、正しいのは次のうちのどれか。ただし、同じ色の帽子をかぶっている者はいないものとする。

1. 高橋は青の帽子をかぶっている。
2. 木村は白い帽子をかぶっている。
3. 田中は赤い帽子をかぶっている。
4. 白い帽子をかぶっているのは高橋である。
5. 青い帽子をかぶっているのは田中である。

【問２】

右図のような道路がある。ＰからＱまで最短で到達する方法は何通りあるか。
ただし、×印のところは工事中で通ることができないものとする。

1. ８通り
2. ９通り
3. 10 通り
4. 11 通り
5. 12 通り



【問 3】

28 個の同じ大きさの金属球がある。見た目は全く同じだが、1 個だけ材質が異なっているため他の 27 個より重たいものがまじっている。1 台の上皿天秤を使ってその重たい金属球を確実に探し当てるためには、天秤は最低何回使用しなければならないか。ただし、使用する天秤の皿には一度に金属球を 28 個載せられるものとする。

1. ３回
2. ４回
3. ５回
4. ６回
5. ７回

【解説】

問１　正答１

　俗にいう「嘘つき問題」というものです。
嘘つき問題のパターンは 3 種類あり、それぞれに解法があるのですが、ここではその中の「全員一致」を利用するパターンの問題です。
まず、それぞれの発言に基づいて表を作成します。　このとき、「(帽子を）かぶっていない」という言葉は「かぶっている」という意味にとり、4 人の発言を「(帽子を）かぶっている」という言葉で統一しておくことがポイントです。つまり、
B「青の帽子をかぶっているのは高橋か田中である」
C「木村は赤か青の帽子をかぶっている」
このように発言内容が変わらないように言葉を置き換えて表を作成します。
《表１》をしっかりと確認しましょう。
「田中」の帽子は三色とも可能性があるのは一目瞭然ですが、嘘つきは１人だけなので、矛盾しないように処理するとしたら、『A または D が嘘つき』として考える以外に方法はありません。仮に B の発言から、「田中の帽子が青」だとすると、嘘つきは A と D の２人ということになりますので嘘つきは１人だということと矛盾します。
　そこで、まず、A が嘘つきだとしてみましょう。
D の発言は正しいはずなので、田中の帽子の色は「赤」ということになります。B の発言で、田中の帽子の色は必ずしも「青」である必要はなく、髙橋の帽子の色が「青」で田中は「赤」であったとしても、B の発言は嘘とは言えません。しかし、《表 2》を見ると、C の発言で、木村の帽子の色は「赤」か「青」しかありませんので、「白」の帽子をかぶっている人がいないことになります。
これは問題と矛盾しますので間違いです。
　次に、A ではなく、D が嘘つきだとしてみます。
すると、今度は《表３》のように、田中の帽子の色は「白」ということになり、髙橋の帽子の色は「青」、そして木村の帽子の色を「赤」ということにすると、3 人の帽子の色はかぶることなく決まります。したがって、これが正解の組合せとなるのです。
正解は「1．高橋の帽子の色は青」ということになります。

《表１》

	高橋	木村	田中
A			白
B	青		青
C		赤　青	
D			赤

《表 2》

	高橋	木村	田中
A			赤
B	青		赤
C		赤　青	
D			赤

《表 3》

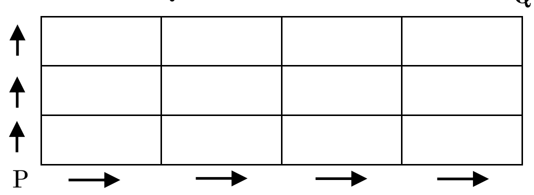
	高橋	木村	田中
A			白
B	青		白
C		赤　~~青~~	
D			白

問２　正答３

皆さんは高校の数学で最短経路の問題として右のような問題を処理するときに、→と↑の組合せと考えて、

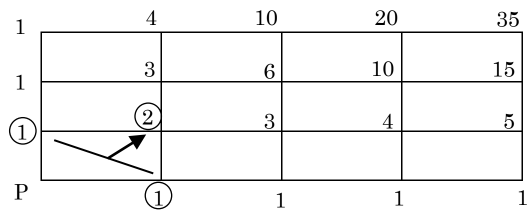
$\frac{7!}{4!\times3!}$ と計算する人も多いと思います。

問：PからQへの最短経路は何通りか



もちろん、受験数学としてはこれでいいのですが、公務員試験ではあまり見かけないような形が出題されるケースが多いのです。そこで、便利な解き方として「書き込み方式」と呼ばれるやり方があるので、ここではそれを使って解いていきましょう。

まず、Pから長方形の交点ごとに右方向、上方向に「1」の数字を書いていきます。右方向には４か所、上方向には３か所に「1」が入ります。

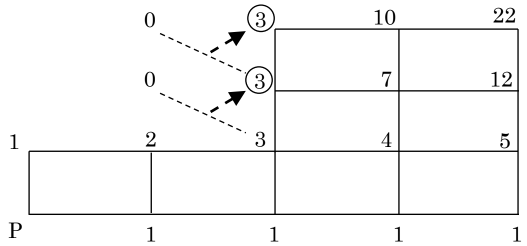


次に１つの小さな長方形ごとに、「左上の数字」と「右下の数字」の「和」を「右上の隅」に書き込みます。これをQのところまで繰り返していくと、最短経路が何通りになるのかがわかります。

何やら面倒くさいようだと感じる人は、【問２】のようなときにこのやり方が威力を発揮することを実感してください。

まず、通行止めがないパターンで考えてみましょう。

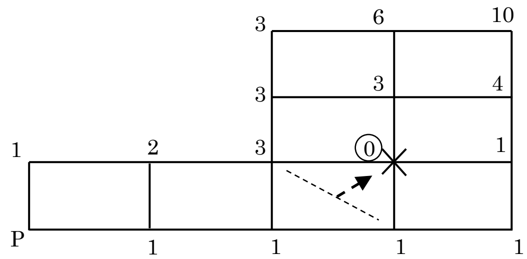
これを数学的な計算で最短経路の数を求めるとしたら「場合分け」が必要となり、数学が苦手な人にとっては、考え方が難しいと感じるでしょう。そのような人には「書き込み方式」が断然おすすめです。



やり方は先ほどと同じで､Pから右方向と上方向に数字の｢１｣を書いていきます(上方向は１か所だけ)。そして、やはり、左上の数字と右下の数字の和を右上に書き込みます。「3」のところでは左上に数字がありませんので「0」と考えて、「3＋0」の和である「③」を右上に当たる部分に書き込みます。このようにしてQのところまで繰り返していくと、最短経路の数がわかります。

最後に問２のように、通れない場所がある場合を考えてみましょう。

基本的なやり方は先ほどと同じで、問題は行き止まりになっている×点の取り扱いだけです。ここは、本来ならば「1＋3」で「4」を入れなくてはいけませんが、**行き止まりのところではすべての数字がリセットされて「0」に戻る**と考えて下さい。



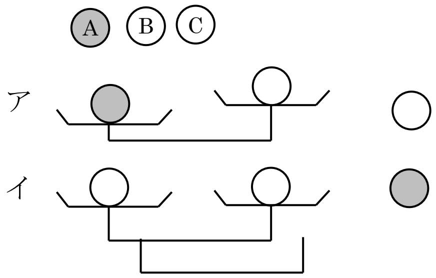
そうしておいて、残りはまた、もとのように計算していくわけです。

そうすると、P点では「10」となり、この問題の最短経路の数が求められたことになります。

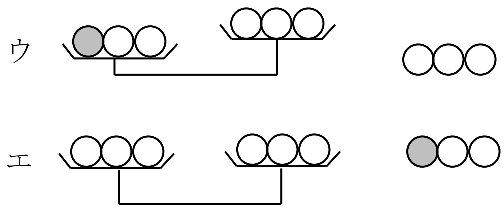
問３　正答２

　重さ比べの問題は「3 の累乗の法則」を基本として押さえなくてはいけません。
「3 の累乗の法則」というのは、上皿天秤などで「３の累乗個から 1 個を選び出すのに必要な最小回数は指数の回数である」というものです。
たとえば、外見が同じで 1 個だけ重たいものを含む金属球が 3 個、9 個、27 個あるとき、次のようになります。

・3 個から 1 個を選ぶ　→　$3 = 3^1$ → 1 回で済む
・9 個から 1 個を選ぶ　→　$9 = 3^2$ → 2 回で済む
・27 個から 1 個を選ぶ → $27 = 3^3$ → 3 回で済む



たとえば、右のように A、B、C、3 個の金属球があり、そのうちの A だけが重たいとしてみましょう。
アのように A と B(または C)を天秤の皿に載せれば、重たい方が A だと特定できます。
また、イのように天秤が釣り合ったとしたら、皿に載せていないのが重たい A だと特定できるわけです。
つまり、アのケースであろうとイのケースであろうと、3個の中から1個を特定するのは1回で済みます。
　これを 3 個→9 個に拡大したのが右のケースです。



ウの場合もエの場合もどの 3 個に重たい 1 個が含まれているかは 1 回でわかります。
その後に、アまたはイの操作をすると、合計 2 回で重たい 1 個を特定できます。
このことから 27 個の場合は最初に 9 個ずつのグループに分けて 1 回、次に 3 個ずつのグループに分けて 2 回目、そして 3 個の中から 2 個を取り出して皿に載せれば３回目で重たい１個を特定できることになるのです。
　さて、問３は「28 個」ということなので、「3 の累乗の法則」は適用できそうにありませんが、基本的な考え方、そして、最終的には「3 個を残して 1 回で決まる形」に持ち込みます。逆の表現をとれば「3 個に絞るまでに何回かかるか」という問題なのです。
　まず、右のように 14 個ずつに分けて、1 回目で重たいグループ(左側の皿)を特定します。
２回目はその 14 個を 7 個ずつに分けて同様に重たいグループ(左側の皿)を特定します。
３回目でアの場合は残った 1 個が他より重たいものだとわかりますので、運がよければ３回目で 1 個を特定できることになりますが、イの場合は左側の皿の 3 個から 2 個を取り出して、もう一度天秤に載せる必要がありますので、「確実に」選び出すためには最小で 4 回天秤を使用することになります。