12 月・公務員試験チャレンジ問題　【解説】

Q1：　A～F の 6 人の性別について、次のア～ウのことがわかっている。
ア　A、B、C、D の 4 人のうち、男性は 1 人、女性は 3 人である。
イ　D、E、F の 3 人のうち、男性は 1 人、女性は 2 人である。
ウ　A、C、E の 3 人のうち、男性は 1 人、女性は 2 人である。
このとき、必ず男性と女性が 1 人ずつになる組み合わせとして、正しいのはどれか。

1.　A と B　　2.　A と C　　3.　B と F　　4.　C と E　　5.　D と E

Q1：　正答３

まず、アの条件からA，B，C，Dのうち１人が男であったとして、４つのケースに分けます。それぞれにイの条件を当てはめていき、さらにウの条件を満たさないものや、矛盾するものを消していきます。
ⅰ）では、イ①はDの性別が矛盾しますし、イ②はウの条件を満たしません。
ⅱ）では、イ①はやはりDの性別が矛盾しますし、イ③はウの条件を満たしません。
ⅲ）では、イ①はDの性別の矛盾がありますし、イ②はウの条件を満たしません。
ⅳ）では、イ①③はウの条件を満たしませんし、イ②はイの条件に反します。

ⅰ）Aが男であったとき

	ア１	イ①	イ②	イ③
A	男			
B	女			
C	女			
D	女	男	女	女
E		女	男	女
F		女	女	男

ⅱ）Bが男であったとき

	ア２	イ①	イ②	イ③
A	女			
B	男			
C	女			
D	女	男	女	女
E		女	男	女
F		女	女	男

ⅲ）Cが男であったとき

	ア３	イ①	イ②	イ③
A	女			
B	女			
C	男			
D	女	男	女	女
E		女	男	女
F		女	女	男

ⅳ）Dが男であったとき

	ア４	イ①	イ②	イ③
A	女			
B	女			
C	女			
D	男	男	女	女
E		女	男	女
F		女	女	男

したがって、３つの条件をすべて満たすのは、ⅰ）（ア１－イ③）、ⅱ）（ア２－イ②）、ⅲ）（ア３－イ③）の組合せです。これらのすべてで、男女の組合せになっているものが正解となります。

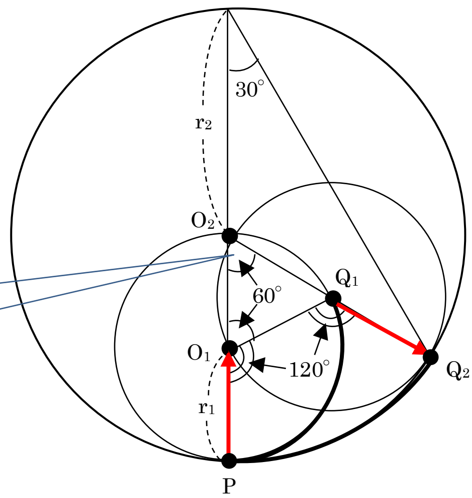
1. ⅰ） ⅱ）は条件を満たしますが、ⅲ）では（女・女）の組合せになっています。
2. ⅰ）は条件を満たしますが、ⅱ〉ⅲ）では（女・女）の組合せになっています。
3. ⅰ） ⅱ）ⅲ）すべてで条件を満たしています。
4. ⅱ）ⅲ）は条件を満たしますが、ⅰ）では（女・女）の組合せになっています。
5. ⅱ）は条件を満たしますが、ⅰ）ⅲ）では（女・女）の組合せになっています。

Q2　正答１

最近の軌跡の問題は、単に直線上を移動する問題よりも、円や多角形の内側、外側を移動させる問題が増えています（特に国家の場合)。ここでは、小円が大円の内側を移動するパターンについてまとめてみます。

① 小円の半径：大円の半径＝１：２

意外な答えになるために、これが最も出題されやすいパターンです。
右の図を見てください。
半径 r_1 の円 O_1 と半径 r_2 の円 O_2 が点 P で内接しており、r_1 と r_2 の長さの比は 1：2 になっています。
今、O_1 が O_2 の内側を滑らずに回転しながら移動するとします。
図のように O_1 が 120°回転して円周上にある Q_1 が O2 の円周上にある Q_2 に一致したとします。このとき、弧 $\overset{\frown}{PQ_1}$＝弧 $\overset{\frown}{PQ_2}$ となっていることは計算によっても説明できます。

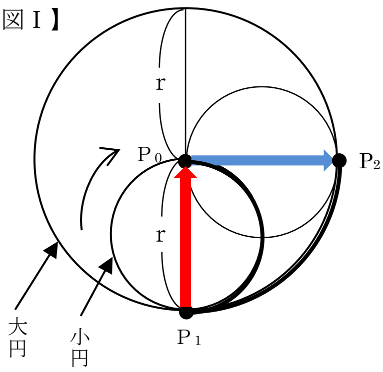


$$\left.\begin{aligned}\overset{\frown}{PQ_1}&=2r_1\times\pi\times\frac{120}{360}\\ \overset{\frown}{PQ_2}&=2r_2\times\pi\times\frac{60}{360}\end{aligned}\right\}$$

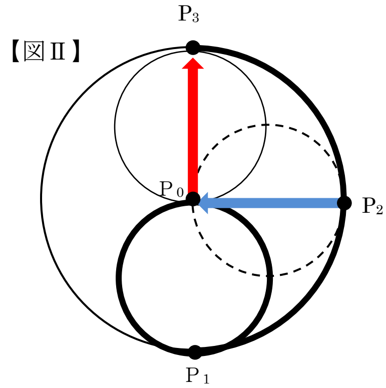
$r_2=2r_1$ より
$\overset{\frown}{PQ_1}=\overset{\frown}{PQ_2}$　となります

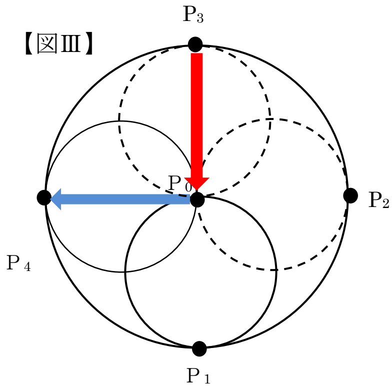
さて、**Q_1 が Q_2 に移動したとき、P は O_1 に移動しています。**
このことから、P はこの後も直線的に、O_1→O_2 と移動していくことが予想されるのです。
今度は大円の直径を２ｒ、小円の直径をｒとして【図Ⅰ】～【図３】を見てみましょう。

【図Ⅰ】



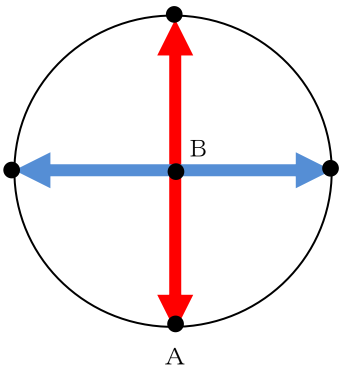
【図Ⅰ】は小円が矢印(→)の向きに半周(太い線の分)回転したものです。小円の半周分は大円では４分の１周分に当たりますので、小円は図の位置に移動します。このとき、小円が大円と接していた点 P_1 は P_0 に、そして小円上で P_1 と直径をはさんで対局にあった P_0 は P_2 に移動しています。
つまり、P_1→P_0、P_0→P_2 という移動が起こっています。





【図Ⅱ】は小円が１周分移動したときの図を表しています。P_1からP_0に移動していた点はそのまま直進し、P_3に達します。つまり、大円と接していた点は〔P_1→P_0→P_3〕と移動していき、この後小円が大円の内側をさらに１周する間にP_3からP_0に戻り、最終的にP_1に戻ってくることが予想されるのです(【図Ⅲ】)。

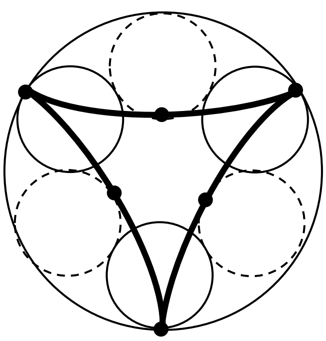
それではもともとP_0の位置にあった点の移動を確認すると、【図Ｉ】ではP_2に移動していました。小円が１周した【図Ⅱ】では、P_2からP_0に戻ってきます。この後小円がさらにもう１周してもとの位置に戻って来るとすると、【図Ⅲ】のようにP_4に移動した後、再度P_0に戻ってくることが予想されます。



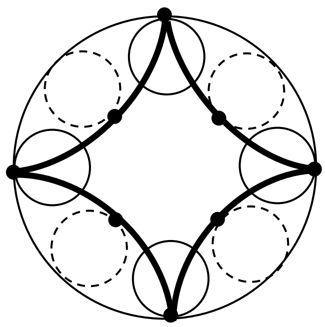
結局、点Ａは左図のように大円の中を上下に直線移動をし、点Ｂは同様に大円の中を左右に直線移動するだけなのです。
したがって、正解は１ということになります。

小円が大円の内側を回転しながら移動していくとき、半径の比が１：２以外の場合も見ていきましょう。１：３の場合、１：４の場合、小円と大円の接点は下の図に示したような軌跡を描くことになります。

② 小円の半径：大円の半径＝１：３



③ 小円の半径：大円の半径＝１：４



半径の比が１：２のときと異なり、小円と大円の接点は曲線（=サイクロイド曲線と言う)を描いていますが、逆にこちらの方がなんとなく理解しやすいのではないでしょうか？